Soluție

1.a) $M_{a,b} \cdot M_{c,d} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & c & d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a+c & b+d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = M_{a+c,b+d}$

b) $M_{0,0} = I_3$ este elementul neutru .Pentru orice matrice $M_{a,b} \in G$, există matricea $M_{-a,-b} \in G$ a.î. $M_{a,b} \cdot M_{-a,-b} = M_{0,0} = M_{-a,-b} \cdot M_{a,b}$. . $M_{c,d} \cdot M_{a,b} = M_{c+a,d+b} = M_{a+c,b+d} = M_{a,b} \cdot M_{c,d}$.

c) $M_{a,b} - M^t_{a,b} = M = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & 0 \\ -b & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M) = 0.$ Dacă $a = 0, b \in \mathbb{R}^* \Rightarrow rang(M) = 2.$

Dacă $a = 0, b = 0 \Rightarrow rang(M) = 0$. Dacă $a \in \mathbb{R}^* \Rightarrow rang(M) = 2$.

2a) $ord(e) = 1$, $ord(a) = ord(b) = ord(c) = 2$ .Deci $x = e$ este unica soluție.

b) $\forall x \in K, x^2 = e \Rightarrow K$ este comutativ. Dacă $ab = a \Rightarrow b = e$, fals. Dacă $ab = b \Rightarrow a = e$, fals.
Dacă $ab = e \Rightarrow b = a^{-1} = a$, fals. Deci $ab = c$.

c) Nu sunt izomorfe deoarece K nu este ciclic şi $\mathbb{Z}_4$ este ciclic fiind generat de $\hat{1}$.